

РАЗВИТИЕ НА МОДЕЛ ЗА ПРОМЕНЛИВОТО ОПЪНОВО НАПРЕЖЕНИЕ В ЛЕНТОВ БАНЦИГОВ ТРИОН

Стефан Х. Стефанов

ЛТУ – София, катедра „Машинознание и АП”, stefanov_sh@abv.bg, stefanst@ltu.bg

РЕЗЮМЕ

В продължение на предишна работа се предлага оригинален модел за променливото опъново напрежение на лентовия трион, опасващ двете колела на банциг. Разглежда се случаят на механизъм за опъване на банциговата лента чрез пружина. Разкрива се вътрешната статична неопределимост на затворения контур на лентата по начин, изискван от курса по съпротивление на материалите. За едно моментно положение на триона във всичките сечения по дължината му се търси опъновото напрежение от: монтажния опън; силата на рязане; огъването на банциговата лента по периферията на колелата; загряването; центробежните инерционни сили от криволинейното движение на лентовия трион като нов момент в сега предлаганото развитие на модела. Друг нов, основен момент е, че сега пружината не е идеално твърда, а „нормална”. Извежда се уравнение за опъновото усилие в „отвор” на лентата с намесата на диференциален и интегрален анализ. Решението на уравнението е итеративно. При нулева сила на рязане се прилага правилото на Лопитал.

Ключови думи: лентов банцигов трион, статично неопределим затворен контур, опъново усилие и напрежение по дължината на банцигова лента, центробежни инерционни сили

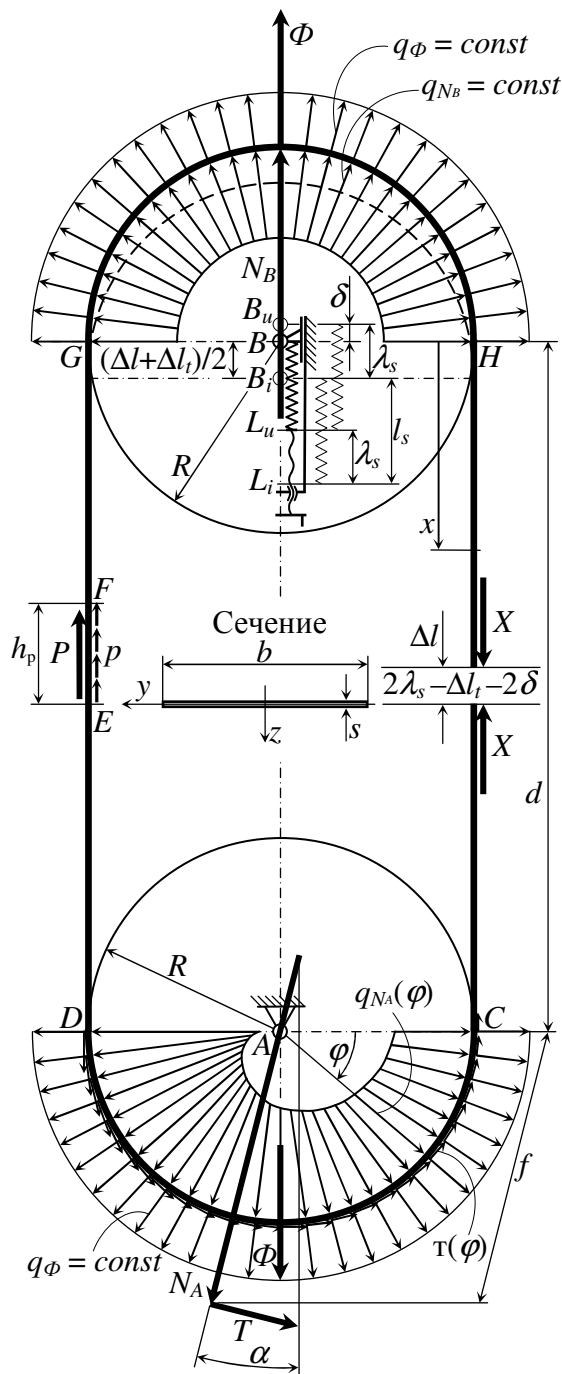
УВОД

В продължение на предишна работа (Стефанов и др. 2012) настоящата статия представя изследване, което цели да утвърди определяне на напреженията в лентов трион по начин, какъвто „Съпротивление на материалите” изисква. Има се предвид, че банциговата лента, двете колела и механизмът за опъване на лентата *чрез пружина* образуват *статично неопределима система*. Отделно *затвореният контур на лентата е ярък пример за вътрешна статична неопределимост*, което вече се подчерта в (Стефанов и др. 2012).

В такъв случай е необходима формулировка на *деформационно условие (условие за съвместимост на деформациите)* за *разкриване на статичната неопределимост*. В

(Стефанов и др. 2012) се заложи едно частно деформационно условие, валидно при идеално твърда пружина. В настоящата работа се формулира вече по-общо деформационно условие. То е валидно и за „нормална” пружина, с участие на нейната еластична константа и преместването на единия ѝ край чрез винт. Друг нов момент в сравнение със (Стефанов и др. 2012) е намесата в предлагания модел и на центробежни инерционни сили.

1. ИЗЧИСЛИТЕЛНА СХЕМА, ДЕФОРМАЦИОННО УСЛОВИЕ И X



Фиг. 1. Изчислителна схема

На фиг. 1 е показана оригинална схема от (Стефанов и др. 2012), сега допълнена с центробежни инерционни сили и с по-общо деформационно условие. Представено е едно моментно кинетостатично положение от движението на лентата обратно на часовниковата стрелка със скорост $v = const$. Анализът започва с формирането на външното натоварване на лентата.

Върху центъра B на горното, водимо колело действа сила N_B от пружината. Тази сила се предава напречно на лентата като разпределена с гъстота q_{N_B} (сила на единица дължина). В разглеждания модел q_{N_B} възниква скокообразно при H , остава константа и пак скокообразно изчезва при G . Това е идеализация, свързана с приемането, че клоновете GD и HC са точно прави и преминават в точни горна и долна полуокръжности. На базата на такова идеализиране при банциговата лента (и при ремъчни предавки) се приема, че важи задачата на Ойлер за идеално гъвкава и безмасова лента, опасваща колело. За тази задача ще стане дума по-долу.

В действителност лентата не е идеал-

но гъвкава, а има известна коравина на (срещу) огъване. „Правите“ клонове GD и HC не могат да останат прави: радиусът на кривина ρ на лентата не може да се измени внезапно при сеченията H и G от ∞ до R и от R до ∞ . Такава внезапна промяна на ρ при огъване би се получила само от съсредоточен външен момент, предизвикващ скок на вътрешния огъващ момент M_y (Стефанов 2007). Но в случая няма външни моменти при H и G . Така че там ρ се изменя не внезапно, а плавно и стръмно, от $\rho \gg R$ до R и от R до $\rho \gg R$. Респективно гъстотата на притискане q_{N_B} възниква и изчезва не скокообразно, а плавно, и не остава константа. А ако се търси реалното плавно изменение на ρ (Михайлов 1985), съответно на q_{N_B} , това ще е доста трудна задача. Тя касае допълнителни деформационни, якостни и динамични ефекти, които могат да се намесят в следващо разширяване на модела. Засега първото, основополагащо, което трябва да се направи, е извод на формулите за основните, номинални вътрешни усилия и напрежения по дължината на банцигова лента чрез разкриване на статичната неопределимост.

От гъстотата q_{N_B} резултира мислената съсредоточена сила $N_B = q_{N_B} \cdot 2R$.

Долното, водещо колело притиска лентата с разпределена напречна сила с гъстота $q_{N_A}(\varphi)$. Отново идеализирано тази гъстота се появява-изчезва скокообразно при сеченията D и C . Между тях $q_{N_A}(\varphi)$ вече не е константа. Водещото колело движи лентата чрез тангенциално разпределена сила от триене с гъстота $t(\varphi)$. При съсредоточаване (редукция) на $t(\varphi)$ се получава мислена съсредоточена (теглителна) сила T на някакво разстояние f от центъра A . Важи $T = \mu N_A$, където μ е работен коефициент на сцепление. Той не е коефициент на триене при плъзгане (Стефанов 2006 – 2012), макар тук да се използва (за удобство) същата буква. Той е част от максималния (граничния) коефициент на сцепление μ_0 : $\mu \leq \mu_0$. Ако сцеплението между лентата и колелото не удовлетворява неравенството $\mu \leq \mu_0$, ще настъпи приплъзване. Отношението $T/N_A = \mu$ е същевременно $\text{tg} \alpha$ (фиг. 1).

Както по горната, така и по долната полуокръжност скокообразно се въвежда еднаква гъстота $q_\varphi = \text{const}$ на две напречно разпределени центробежни инерционна сили $\Phi = q_\varphi \cdot 2R$. А по работния (левия) клон на лентата, в участък EF , действа надлъжно разпределена сила на рязане с гъстота p . От нея резултира мислена съсредоточена сила P . За простота може да се приеме $p = \text{const}$, т.е. $p = P/h_p$, където h_p е дължината на участъка EF (т.е. височината на ряза).

Така оформеното външно натоварване на лентата трябва да изпълнява трите условия за (кинетостатично) равновесие на образуваната равнинна система. В тях двете сили Φ няма да участват, защото те се уравновесяват една-друга. От моментовото условие $\Sigma M_{i,A} = 0$ следва $PR = Tf$. От условието $\Sigma V_i = 0$ за вертикалните сили следва $N_A \cos \alpha + T \sin \alpha = P +$

N_B . А изпълнението на $\Sigma H_i = 0$ за хоризонталните сили означава $T/N_A = \operatorname{tg} \alpha$.

При зададена сила P , уравненията за равновесие намесиха последователно следните пет величини: T , f , N_A , α и N_B . По-долу ще се види, че $\mu = \operatorname{tg} \alpha$ ще се намери от едно друго уравнение. Така ще останат четири величини за определяне при три условия за равновесие: задачата е един път статично неопределима.

Тук между другото трябва да се вметне, че ако силата N_B се създаваше от лостово-тежестен или хидравличен механизъм, тя щеше да влезе в ролята на зададена, постоянна и независима сила. *В този случай задачата за опъновите усилия и напрежения в лентов банцигов трион става статично определима* и много по-лесна: в статично определими системи не възникват монтажни напрежения, диктувани от деформационни условия, нито температурни напрежения (Стефанов 2007). Но сега N_B зависи от деформацията на пружината и от нейната съвместимост, и затова е в числото на четирите величини за определяне.

Следва разглеждане на деформации от различните въздействия и съвместяването им в деформационно условие за разкриване на статичната неопределимост. Редът на появяване на въздействията е без значение за крайния резултат, така че ще се избере ред, който прави анализа по-лесен. Първо нека центърът на горното колело е в начално (initial) най-долно положение B_i такова, че лентата да приеме контура, образуван от двете полуокръжности и двата прави клона. Горната полуокръжност е показана на фиг. 1 с прекъсвана линия. Нека първото въздействие е промяна на температурата на лентата с Δt ; $\Delta t > 0$ е загряване, а $\Delta t < 0$ е охлаждане. Настъпва свободно температурно изменение на дължината на лентата $\Delta l_t = \alpha_l l \Delta t$ (Стефанов 2007). Тук α_l е коефициентът на линейно температурно разширение (или свиване при $\Delta t < 0$) на 1°C ; l е дължината на лентата: $l = 2d + 2\pi R$.

В случая на загряване лентата се удължава с Δl_t и горната полуокръжност се измества нагоре. Нека горното колело я последва: B_i претърпява свободно температурно преместване нагоре. Колко е то в сравнение с Δl_t ? Отговорът е прост: всяко преместване на центъра на колелото нагоре означава удължаване на лентата, което е два пъти по-голямо от преместването. Наистина, тук става дума за следната лесна геометрична задача: понеже $2\pi R$ се запазва, то $\Delta(2d + 2\pi R) = \Delta(2d) + 0 = 2\Delta d$, където Δd е тъкмо споменатото преместване на центъра на горното колелото нагоре. Така свободното температурно преместване на B_i нагоре е $\Delta l_t/2$.

Нека следващото въздействие е появата на всички изброени по-горе сили, включително силата N_B . От тях лентата получава еластично (elastic) удължение Δl_{el} , което

за по-кратко може да се означаи само с Δl . Следвайки това Δl , центърът на горното колело се премества допълнително нагоре с $\Delta l/2$ до работно положение B . Сумарното преместване на центъра става $(\Delta l + \Delta l_t)/2$ (фиг. 1). Същевременно в положението B центърът е натоварен с противодействието N_B с посока надолу от страна на лентата, и със сила нагоре от страна на свитата пружина. Двете сили са в равновесие, т.е. пружинната сила е пак N_B .

Процесът на идването на горния край на пружината в положението B и натоварването ѝ с N_B може да се представи по следния начин. Нека отначало пружината е свободна и недеформирана: още не е свързана с B и има дължина l_s (length of spring). Долният ѝ край е на начално ниво L_i (initial level). При избутване оттам чрез показания на фиг. 1 винт, долният край на пружината се премества на разстояние λ_s (λ of spring). Тя все още не се деформира и запазва дължината си, както е изобразена на фиг. 1 отстрани с тънка линия. Горният ѝ край се озовава на ниво B_u , намиращо се над B_i на разстояние, което е пак λ_s . Нека сега този горен край е свързан с B . Пружината е вече свита с δ и създава силата $N_B = c\delta$, където c е пружинната константа. Тогава фиг. 1 дава следното деформационно условие: $(\Delta l + \Delta l_t)/2 + \delta = \lambda_s$.

Отделно затвореният контур на лентата е вътрешно статично неопределим (Стефанов 2007): той не може чрез едно сечение да се раздели на две части, за да се търсят вътрешните усилия в сечението от условията за равновесие на коя да е от двете части. Въпросните вътрешни усилия остават статично неопределими – затова и статичната неопределимост на затворен контур се нарича вътрешна. За нейното разкриване затвореният контур първо се „отваря”. В случая е показан „отвор” (фиг. 1) в неработния (десния) прав участък на лентата: там две безкрайно близки сечения мислено се разделят и им се „позволява” да се раздалечават. Но се залагат двете равни и противоположни вътрешни опънови усилия N_x с общата статично неопределима големина X . Тя трябва да се определи така, че сеченията да се съединят отново. Така образуваната система с „отвора” и с X се нарича еквивалентна (Стефанов 2007).

След като всяко преместване на центъра на горното колело, умножено по две, се превръща в изменение на дължината на лентата, то горното условие $(\Delta l + \Delta l_t)/2 + \delta = \lambda_s$ просто се умножава по две. Така се получава търсеното условие за разкриване на статичната неопределимост на затворения контур: $\Delta l + \Delta l_t + 2\delta = 2\lambda_s$. Уместно е то да запише във вида

$$\Delta l = \lambda - \Delta l_t - 2\delta, \quad (0)$$

където $\lambda = 2\lambda_s$ е двойната дължина на избутването на долния край на пружината от винта.

Уравнението (0) може да се тълкува по следния начин. Първо двете сечения на „отвора“ се раздалечават на монтажно разстояние λ , получено от избутването $2\lambda_s$ на пружината, мислена като идеално твърда. После това разстояние намалява с Δl_t при загряването – двете сечения се сближават при топлинното удължение на лентата. След това пружината мислено става мека, свива се с δ и двете сечения се сближават още с 2δ . За да се затвори докрай „луфтът“ между двете сечения, двете сили X заедно с опъновите усилия N_x във всички останали сечения на лентата създават еластичното удължение Δl . В предната работа (Стефанов и др. 2012) деформационното условие беше $\Delta l = \lambda - \Delta l_t$, т.е. пружината „остана“ идеално твърда.

За развитието на деформационното условие (0), както и въобще за нуждите на следващия анализ, във всеки от участъците на лентовия трион трябва да се прави текущо сечение с абсциса x . Тя се прие да започва от 0 в началото на всеки от участъците HC , CD , DE , EF , FG и GH , „обикаляйки“ лентата по часовниковата стрелка. В участъка HC x започва от H (фиг. 1), в CD x се превръща в криволинейна абсциса, която започва от C , и т.н.

Има всъщност и второ статично неопределимо вътрешно усилие: огъващия момент M_y при огъването на триона по двете полуокръжности. Но той в случая е определим от друго деформационно условие: $M_y = EJ_y/\rho$ (Стефанов 2007), където ρ е радиусът на кривина на еластичната линия. При идеализацията за точни полуокръжности следва $M_y = const$ поради $\rho = R = const$. Този огъващ момент е много малък. В (Стефанов и др. 2012), в изчислителен пример с конкретни данни излезе $M_y = 0,2083$ N.m. Това наистина е нищожен огъващ момент: банциговата лента е все пак (лесно) гъвкава.

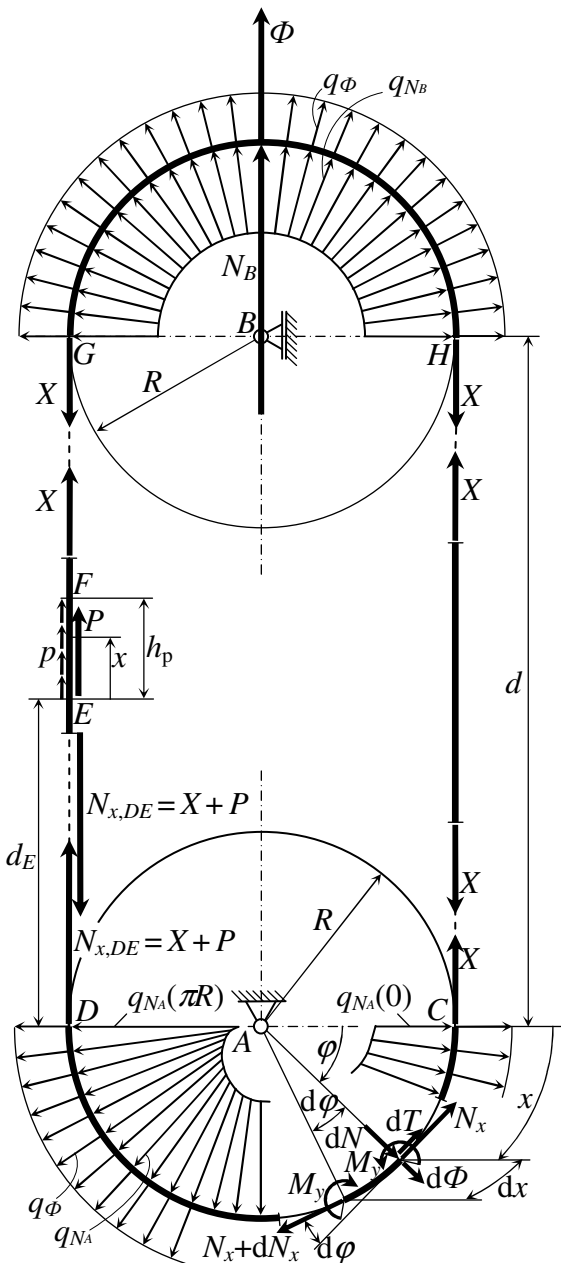
Нищожният огъващ момент обаче поражда значително напрежение от огъване $\sigma_{ог} = M_y/W_y$, понеже съпротивителният момент на сечението $W_y = bs^2/6$ е също много малък; $\sigma_{ог} = M_y/W_y = [E(bs^3/12)/R]/(bs^2/6) = Es/(2R)$. Тази формула за $\sigma_{ог}$ може да се види и в (Атанасов 2012). В споменатия изчислителен пример се получи $\sigma_{ог} = 250$ МПа. Това е голямо напрежение, заради което банциговите ленти се изработват от високояки легирани и др. стомани с граница на якост от порядъка на 1000 и повече МПа.

Между другото, съществува практическото правило $s \leq 2R/1000$ (Атанасов 2012). То идва всъщност от якостното условие $\sigma_{ог} = Es/(2R) \leq \sigma_{доп}$ при $E = 2 \cdot 10^{11}$ общо за стоманите и при залагане на допустимо напрежение $\sigma_{доп} = 200$ МПа. Модификации на това правило означават всъщност избор на друга стойност за $\sigma_{доп}$.

2. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА X И НА ОПЪНОВОТО УСИЛИЕ $N_x(x)$ ПО ЦЯЛАТА ДЪЛЖИНА НА ЛЕНТОВИЯ ТРИОН

На фиг. 2 от окръжността участък CD на лентата чрез две сечения с абсциси x и $x + dx$ е изрязан безкрайно малък резен с дължина dx и ъглов обхват $d\varphi$. Той е натоварен в двете сечения с двете опъновите усилия N_x и $N_x + dN_x$, и с двата еднакви огъващи момента M_y . А по дължината dx на резена действат нормален натиск $dN \equiv dN_A$, сила на триене dT и центробежна инерционна сила $d\Phi$. Поради безкрайно малката дължина dx , силите dN , dT и $d\Phi$ могат да изобразят къде да е по тази дължина, например в десния край на резена.

От равновесието на силите по радиалното направление под ъгъла φ следва $dN = (N_x +$



Фиг. 2. Илюстрация към анализа

$dN_x)\text{sin}d\varphi - d\Phi = (N_x + dN_x)d\varphi - d\Phi = N_x d\varphi - d\Phi$ (важи $\text{sin}d\varphi \rightarrow d\varphi$, а $dN_x d\varphi$ е пренебрежимо безкрайно малко от втори ред). От равновесието по перпендикулярното направление (по показаната тангента) следва $N_x = -dT + (N_x + dN_x)\text{cos}d\varphi$. Понеже $\text{cos}d\varphi \rightarrow 1$, то $N_x = -dT + N_x + dN_x$ и излиза $dN_x = dT$. Тук може да се замести $dT = \mu dN$, т.е. отношението $T/N_A = \mu = \text{tg}\alpha$ се запазва и като отношение dT/dN . Така се получава $dN_x = \mu dN$. След заместване на dN от по-горе следва $dN_x = \mu(N_x d\varphi - d\Phi)$.

Колкото до $d\Phi$, масата на резена е $\rho bs dx$, където ρ е масовата плътност на материала, а $bs dx$ е обемът на резена. Тогава $d\Phi = \rho bs dx v^2 / R = \rho bs R d\varphi v^2 / R = \rho bs v^2 d\varphi$. Между другото, гъстотата q_φ е $q_\varphi = d\Phi/dx = \rho bs v^2 / R$, а $\Phi = q_\varphi 2R = 2\rho bs v^2$. Горното уравнение $dN_x = \mu(N_x d\varphi - d\Phi)$ приема вида $dN_x = \mu d\varphi(N_x - \Phi/2)$. Равносилно е да се запише $d(N_x - \Phi/2) = \mu d\varphi(N_x - \Phi/2)$, откъдето $d(N_x - \Phi/2)/(N_x - \Phi/2) = \mu d\varphi$.

Интегралът от дясната страна на последното диференциално уравнение в граници за φ от 0 до $\varphi = x/R$ е $\mu x/R$. Интегралът (неопределеният) от лявата страна е $\ln(N_x - \Phi/2)$. Той, в съответствие с φ от 0 до $\varphi = x/R$, следва да се вземе в граници от $X - \Phi/2$ до $N_x - \Phi/2$: $\ln(N_x - \Phi/2) - \ln(X - \Phi/2) = \mu x/R$. Оттук, в участъка CD важи $N_x(x) = e^{\mu x/R}(X - \Phi/2) + \Phi/2$. Колкото до останалите участъци на лентата, фиг. 2 показва, че $N_x = X$ в неработния клон на лентата остава да действа по цялата дължина $FGHC$. А в участъка EF важи $N_x(x) = X + p(h_p - x) = X + (P/h_p)(h_p - x)$. При това $N_x(0) = X + P = N_{x,DE}$, а от CD идва $N_{x,DE} = e^{\mu \pi R}(X - \Phi/2) + \Phi/2$. Оттук излиза

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\pi} \ln \left(1 + \frac{P}{X - \Phi/2} \right), \quad (1)$$

където $\Phi/2 = \rho b s v^2$.

Следва систематизирано подреждане на изразите за $N_x(x)$ по участъците:

$$CD: N_x(x) = e^{\mu x/R}(X - \Phi/2) + \Phi/2, \quad (2)$$

$$DE: N_x = \operatorname{const} = X + P, \quad (3)$$

$$EF: N_x(x) = X + (P/h_p)(h_p - x), \quad (4)$$

$$FGHC: N_x = \operatorname{const} = X. \quad (5)$$

При $v = \Phi = 0$ уравнението (2) дава $N_x(0) = X$ и $N_x(\pi R) = e^{\mu \pi} X$. Оттук $N_x(\pi R)/N_x(0) = e^{\mu \pi}$. Това е всъщност всеизвестната формула на Ойлер за отношението между опъновите сили в двата клона на лента, опасваща колело. Задачата на Ойлер, водеща до тази формула, в случая е част от задачата за определяне на $N_x(x)$ в участъка CD .

Вече може да се образува Δl като сума от компоненти от участъците CD , DE , EF и $FGHC$, и да се замести в (0). Компонентите на Δl от участъците DE и $FGHC$, където $N_x = \operatorname{const} = X$, се заместват направо с изрази от вида „ N_x .(дължина на участъка)/(Ebs)” (Стефанов 2007). От участъците CD и EF , където $N_x \neq \operatorname{const}$, компонентите на Δl са от вида „[интеграл от $N_x(x)dx$]/(Ebs)” (Стефанов 2007). Съответните два интеграла са лесни за решаване: намесват експоненциална и линейна функции. Освен това в (0) трябва да се замести и $\delta = N_B/c$, за да се намеси пружинната константа c (тя ще е всъщност зададена) вместо δ . А N_B се замества от уравнението на равновесието на силите върху горното колело (фиг. 2): $N_B = 2X - \Phi$.

Като се извършат всички замествания и математически преобразувания, излиза

$$X = \frac{1}{2d + \pi R + \frac{4Ebs}{c}} \left[-P \left(d_E + \frac{h_p}{2} \right) - \frac{PR}{\mu} - \frac{\pi R \Phi}{2} + Ebs\lambda - Ebsl\alpha_i \Delta t + \frac{2Ebs\Phi}{c} \right], \quad (6)$$

където $\Phi = 2\rho bsv^2$. При $v = \Phi = 0$ и $\delta = 0$, респ. $c \rightarrow \infty$ (идеално твърда пружина), написаните дотук уравнения приемат вида от предишната статия (Стефанов и др. 2012).

Усилието X не може да се пресметне директно: уравнението (6) не може да се реши директно спрямо X заради участието на X и в дясната страна – зад знака на натуралния логаритъм в израза (1) за μ . Но така представено, уравнението (6) позволява *практическо пресмятане на X чрез итерации* по следния алгоритъм. Задава се начално предполагаемо $\mu = \operatorname{tg} \alpha$ и по (6) се изчислява начално X . Пресмята се ново μ по (1) и изчислителният цикъл се повтаря. Итерациите завършват, когато новото и старото μ се изравнят в третата или четвъртата значеща цифра. Такъв алгоритъм на пресмятанята лесно се организира например чрез Excel. Авторът може да предостави на заинтересованите съответен Excel-файл.

След намирането на X и μ от (6) и (1) вече стават определими опъновите усилия N_x по всички участъци на лентата според уравненията им (2) – (5). Може да се пресметне и $N_B = 2X - \Phi$. А от условията за равновесие в раздела 1 по-горе се получават следните формули за N_A , T и рамото f на T (фиг. 1): $N_A = (P + N_B)\cos \alpha$, където $\alpha = \operatorname{arctg} \mu$, $T = (P + N_B)\sin \alpha$ и $f = PR/T$ (не е R).

3. УСИЛИЕТО $X \equiv X_0$ В СЛУЧАЯ $P = 0$

Случаят $P = 0$ означава движение на лентата на празен ход (липсва рязане). Според (1), $\mu = \operatorname{tg} \alpha = 0$: силата на триене T на фиг. 1 липсва, силата N_A застава във вертикално положение и приема големина $N_A \equiv N_{A,0} = N_B \equiv N_{B,0} = 2X_0 - \Phi$. По цялата дължина на лентата се установява едно и също усилие $N_x = \operatorname{const} = X \equiv X_0$. То ще се пресметне по (6), като там се положи $P = 0$. Но трябва да се вземе в предвид, че в средните скоби събираемото PR/μ се превръща в неопределената форма $[0/0]$ (този въпрос не бе прецизиран в (Стефанов и др. 2012)).

За разкриването на тази неопределена форма се прилага известното правило на Лопитал: числителят и знаменателят на PR/μ се заместват с техните производни по буквата P . Производната на PR е R , а производната на μ , след диференциране на (1) по P и после заместване на P с 0, излиза $1/[\pi(X_0 - \Phi/2)]$. Така се оказва, че $PR/\mu \rightarrow [0/0] \rightarrow \pi R(X_0 - \Phi/2)$. Тогава (6) дава $X \equiv X_0 = [1/(2d + \pi R + 4Ebs/c)][-\pi R(X_0 - \Phi/2) - \pi R\Phi/2 + Ebs\lambda - Ebsl\alpha_i \Delta t - 2Ebs\Phi/c]$. Тук има едно съкращаване на $\pi R\Phi/2$, след което в крайна сметка

$$X_0 = \frac{1}{l + \frac{4Ebs}{c}} \left[Ebs\lambda - Ebsl\alpha_t\Delta t + \frac{2Ebs\Phi}{c} \right]. \quad (7)$$

Тази формула може да се представи във вида $X_0 = X_M - X_t + X_\Phi$ със значения на събираемите както следват. При $\Delta t = 0$ и $\Phi = 0$, (7) дава монтажния опън: $X_M = Ebs\lambda/(l + 4Ebs/c)$. Оттук необходимата стойност на $\lambda = 2\lambda_s$ за получаване на желан опън X_M е $\lambda = X_M(l + 4Ebs/c)/(Ebs)$. При пускане на двигателя и поява на Φ , към X_M се прибавя $X_\Phi = 2Ebs\Phi/(cl + 4Ebs)$. А при поява на Δt се изважда $X_t = Ebsl\alpha_t\Delta t/(l + 4Ebs/c)$.

В граничния случай с $c \rightarrow \infty$, респ. $\delta \rightarrow 0$, се получава $X_M = Ebs\lambda/l$, $X_\Phi = 0$ и $X_t = Ebs\alpha_t\Delta t$. С други думи, при много твърда пружина появилите се центробежни сили при задвижване на лентата не влияят на монтажния опън, който е $X_M \approx Ebs\lambda/l$. Това означава, че с удължаване на лентата от центробежните сили и последвалото от това отхлабване на пружината, гъстотата q_{NB} намалява с толкова, колкото е появилата се гъстота q_Φ . А загряването Δt води до отслабване (умалител) X_t на X_M , който клони към максимална стойност $Ebs\alpha_t\Delta t$.

Нека се изследва и другият граничен случай с $c \rightarrow 0$, т.е. с безкрайно мека пружина. За целта е уместно да се представи (7) в следния вид:

$$X_0 = \frac{1}{cl + 4Ebs} [cEbs\lambda - cEbsl\alpha_t\Delta t + 2Ebs\Phi]. \quad (8)$$

Сега умалителят, съдържащ Δt , се нулира заради $c \rightarrow 0$. Но умаляемото $cEbs\lambda$ не се нулира, защото то е от вида $[0, \infty]$. Наистина, за да даде това умаляемо желан монтажен опън X_M , необходимо е $\lambda \rightarrow \infty$. Оттам разликата $\lambda_s - \delta = (\Delta l + \Delta l_t)/2$ става нищожна в сравнение с λ_s и δ : $\delta \rightarrow \lambda_s$, т.е. и $\delta \rightarrow \infty$. Разбира се, тогава трябва и свободната дължина l_s на пружината да е $l_s \rightarrow \infty$, за да остане достатъчна „свита“ дължина $l_s - \delta$ (фиг. 1). В крайна сметка $X_M \rightarrow c\lambda/4 = c\lambda_s/2$, $X_\Phi = \Phi/2$ и $X_t = 0$. Това означава, че при много мека пружина появилите се центробежни сили усилват монтажния опън $X_M \approx c\lambda_s/2 = c\lambda/4$ с прибавка, която клони към максимална стойност $\Phi/2 = \rho bsv^2$. А умалителят от загряването Δt отпада.

Така се оказва, че за поддържане на монтажния опън без отслабващо влияние на загряването и за усиление на този опън от центробежните сили е по-подходяща мека пружина вместо твърда. Тогава системата клони към статична определимост – както при лостово-тежестен или хидравличен механизъм. Но за реализирането на желан монтажен опън $X_M \approx c\lambda_s/2$, поддържан с мека пружина, тя, λ_s и съответно супортът на горното колело трябва да са достатъчно дълги.

реална осцилограма. Но така или иначе най-съществените вариации в осцилограмата са заради появяването и изчезването на $\sigma_{ог}$.

В по-обща постановка напрегнатото състояние няма да остава едномерно със $\sigma \equiv \sigma_x$, а заради $s \ll b$ би трябвало да се намеси и σ_y според теорията на огъване на пластини. Има и други, допълнителни източници на напрежения. В (Атанасов 2012) се говори и за влиянието на наклона на лентоводно колело. Тук се допълва, че този наклон следва да усуква лентата и да предизвика поява и на тангенциални напрежения $\tau(t)$. Отделно при режещите зъби възниква концентрирано сложно напрегнато състояние (Atanasov et al. 2012). Изобщо, ще се намеси и осцилограма $\sigma_y(t)$, и $\tau_{xy}(t)$. Всичко това налага да се изследва в посока умора на материала на банциговия трион. Повече по този въпрос може да се прочете в (Стефанов и др. 2012).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Формулирано бе деформационното условие (0) и се разкри статичната неопределеност, така както науката „Съпротивление на материалите“ изисква. Това би трябвало да се излага на преден план в литературата за усилия и напрежения в банцигова лента. Но такова изложение липсва в книгите (Филипов 1977, Обрешков 1995) и др., по които студентите във ФГП се обучават. Съответно авторът се надява, че настоящата работа е значителна иновация за ФГП.

Вижда се, че се получава един непрост математически израз (6) за X , който се пренася в опъновите усилия (2) – (5) по участъците на лентата. Всеки друг търсен начин за определяне на въпросните опънови усилия чрез някакво комбиниране на компоненти, които не са свързани с деформационното условие (0), би бил безпочвен. А ако се изследва и трептене на точката B със свързаната с нея маса, едно неотчитане на (0) би направило такова изследване също безпочвено. За целта би трябвало отново да се използва предложеният модел, като сега горното колело ще действа на лентата и с инерционна сила заради трептеливо движение $\delta = \delta(t)$.

ЛИТЕРАТУРА

- Атанасов В. 2012. Напрежения в банциговата лента на мобилни хоризонтални банцизи. Иновации в горската промишленост и инженерния дизайн, 1/2012 (2): 82 – 87
- Михайлов Х. 1985. Изследване работата на тесни триони на банцигова машина с лентоводни опори. Дисертация за к.т.н., София, ЛТУ

Обрешков П. 1995. Дърворежещи машини. София, изд. къща БМ

Стефанов С. 2007. Съпротивление на материалите. Изд. къща на ЛТУ – София

Стефанов С. 2006 – 2012. Сайт за моите студенти/ Кинематика и динамика: <http://stefanov-ltu.hit.bg>, <http://stefanov-ltu.blogspot.com>

Стефанов С. и др. (студенти) 2012. Начално изследване на променливото опъново напрежение в лентов банцигов трион с оглед изчисляване на умора. Иновации в горската промишленост и инженерния дизайн, 1/2012 (2): 74–81

Филипов Г. 1977. Дървообработващи машини. София, Земиздат

Atanasov V., R. Miltchev, Zh. Gochev 2012. Approach to creating models of blade for portable sawmills. Trieskove a beztrieskove obrabanie dreva, 8(1): 13–18

DEVELOPMENT OF A MODEL FOR THE VARIABLE TENSILE STRESS IN BAND-SAW BLADE

S. H. Stefanov

Sofia University of Forestry, Department of Mechanical Engineering and Automation,
stefanov_sh@yahoo.com, stefanst@ltu.bg

ABSTRACT

As a continuation from a previous paper, an original model is proposed for the variable tensile stress of the blade (the saw band) which girdles the two wheels of a band-saw. The case of a spring mechanisms for tensioning the saw band is treated. The internally statically indeterminate problem of the closed band's contour is solved in a way as required by the course of Strength of Materials. At an instant position of the blade, the tensile stress in all the cross-sections along the band is searched for, taking into account: the assembly pre-tension; the cutting force; the bending of the saw band at the wheel periphery; the heating; the centrifugal inertial forces due to the curvilinear blade's motion as a new point in the development of the model proposed now. Another new, basic point is that the spring is not ideally stiff but "normal" now. An equation for the tensile internal force at an "opening" in the band is deduced by involving differential and integral analysis. The equation is solvable by iteration. In case of zero cutting force, the L'Hôpital's rule is applied.

Keywords: band-saw blade, statically indeterminate closed contour, tensile force and stress along a saw band, centrifugal inertial forces